

International Information Exchange Forum on  
**"SAFETY ANALYSIS FOR NPPs OF VVER AND RBMK TYPE"**

**"DEVELOPMENT OF IMPLICIT STABILIZATION METHOD FOR NUMERICAL  
PREDICTION OF ACCIDENT NPP REGIMES IN THE CODE "TRAP-97"**

V.K.Artemyev\*, Y.N.Kornienko\*, S.I. Zaitsev\*\*

*\*SSC-RF, Institute of Physics and Power Engineering, \*\*OKB GIDROPRESS,*

There are several main problems for improvement of the code "TRAP-97": the first is the stabilization increasing of the numerical algorithm and the second is the optimization of time step in simulation of the dynamic processes with different time constants.

For these purposes we use the monotone balance neutral schemes for approximation of the energy and momentum equations and pure implicit schemes in time. Three-point parabolic-type difference equation for computing of pressure is build on the basis of the continuity difference equation.

There are several important conservation properties of original differential equations should be keep in the numeric: the down flow substance transfer, conservation, neutrality. Namely these means guarantee physical and realistic calculations in wide scale regime conditions.

Implicit stabilization method with linearization in the stabilization step is developed to solve nonlinear system of difference equations. The sweep method is used for solution of the three-point linear equations.

## РАЗРАБОТКА НЕЯВНОГО МЕТОДА УСТАНОВЛЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ АВАРИЙНЫХ РЕЖИМОВ КОДА "ТРАП-97"

В.К. Артемьев\*, Ю. Н. Корниенко\*, С.И. Зайцев\*\*  
(\*ГНЦ РФ - Физико-Энергетический институт им. А.И.Лейпунского, Обнинск,  
\*\*ОКБ ГИДРОПРЕСС, Подольск)

В настоящее время при обосновании работоспособности и безопасности АЭС с отечественными реакторами типа ВВЭР широко используется программный комплекс "ТРАП-97". Комплекс позволяет анализировать нестационарные теплогидравлические процессы для эксплуатационных режимов ЯЭУ, а также режимов с нарушениями в работе оборудования и аварийных режимов типа "малая течь" и "разрыв паропровода". Основными программами комплекса, обеспечивающими выполнение его задач, являются ДИНАМИКА-97 и ТЕЧЬ-М-97, именно для них предлагаются разрабатываемые усовершенствования. В настоящее время расчеты по коду "ТРАП-97" потребляют большое количество машинного времени, что существенно сокращает оперативность проводимых исследований. Поэтому одной из центральных проблем повышение устойчивости численного алгоритма и оптимизация выбора временного шага при моделировании процессов как с большой, так и с малой постоянной времени. Для реализации этих целей предполагается неявный метод установления для решения системы, описывающей динамику двухфазного потока.

Для аппроксимации уравнений количества движения и энергии используются монотонные балансные нейтральные разностные схемы, по времени и чисто неявные схемы; для расчета давления на основе разностного уравнения неразрывности строится трехточечное уравнение параболического типа. Сохранение важных свойств исходных дифференциальных уравнений, таких как: перенос субстанции вниз по потоку, консервативность, нейтральность позволяет получать физически реалистичные результаты в более широком диапазоне режимных условий.

Для решения полученной системы нелинейных разностных уравнений построен неявный метод установления с линеаризацией на шаге установления. Для решения получаемых трехточечных линейных уравнений будем использовать метод прогонки.

### 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ.

Рассмотрим уравнения динамики двухфазного теплоносителя, которые записываются при следующих основных допущениях:

1. Движение теплоносителя в трубопроводах и трубах парогенератора рассматривается в приближении равновесной пароводяной смеси;
2. Процесс вскипания теплоносителя полагается термодинамически равновесным.
3. Не учитывается влияние теплопроводности в теплоносителе в аксиальном направлении.
4. Правые части в уравнениях количества движения и энергии будем вычислять с учетом усовершенствований, предложенных в разделе 1.

Уравнение неразрывности имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0, \quad (1.1)$$

Уравнение количества движения —

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \rho w^2 = f - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (1.2)$$

где

$$f = \rho \frac{\left( \zeta^{mp} + \sum_{i=1}^N \zeta_i (\delta(z - z_0)) \right)}{2} \cdot w|w| + H_{нас} \delta(z - z_0) + g\rho \sin \Theta$$

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{\partial \rho w h}{\partial z} = \frac{dP}{dt} + q_v \quad (1.3)$$

где  $\frac{dP}{dt}$  - полная производная от давления,  $\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + w \frac{\partial P}{\partial z}$ .

Член  $\frac{\partial P}{\partial t} + w \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{dP}{dt}$  характеризует работу сил расширения при истечении теплоносителя из разрыва. В первые секунды аварии этот член вносит существенный вклад в тепловой баланс, т. к. играет роль внутренних стоков энергии, возникающих за счет падения давления в контуре.

Уравнение состояния имеет вид:

$$T = T(U, V), \quad h = h(U, V), \quad P = P(U, V), \quad (1.4)$$

$U$  - внутренняя удельная энергия,  $V$  - удельный объем.

## 2. Свойства уравнений математической модели.

Рассмотрим свойства дифференциальных уравнений системы (1.1) — (1.3). Удобно рассмотреть систему из двух уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \rho w = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \rho w S = f, \quad (2.2)$$

где  $S$  — некоторая субстанция, под которой может подразумеваться скорость, энтальпия, концентрация и т. п.

Первое важное свойство связано с особенностью конвективного переноса: возмущение распространяется только вниз по потоку. При построении разностных аналогов это свойство часто нарушается; например, схемы с симметричными разностями, формально имеющие второй порядок точности, в конце концов приводят к неустойчивости, появлению так называемых пилообразных решений; причиной является нарушение свойств конвективного переноса. С точки зрения вычислительной математики это происходит потому, что данная разностная схема не является монотонной (определение см.[2]). Монотонной схемой является схема с направленными разностями, которая, являясь формально менее точной, тем не менее позволяет получать физические результаты расчетов.

Другим важным свойством является свойство, выражаемое теоремой Остроградского – Гаусса. Если проинтегрировать уравнение (2.2) по отрезку  $[0, Dz]$  получим:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{Dz} \rho S dz + (\rho w S|_{z=Dz} - \rho w S|_{z=0}) = \int_0^{Dz} f dz \quad (2.3)$$

Соотношение (2.3) показывает, что скорость изменения величины  $\rho S$  на участке  $[0, Dz]$ , определяется потоками через границы и внутренними источниками (стоками) на этом отрезке.

Если симметричная схема сохраняет это свойство и является балансной или консервативной, то схема с направленными разностями балансной не является. Важно, чтобы разностная схема сочетала оба свойства как монотонность, так и консервативность.

Еще одним важным интегральным свойством является нейтральный вклад конвективных членов в диссипацию энергии. Справедливо следующее интегральное соотношение:

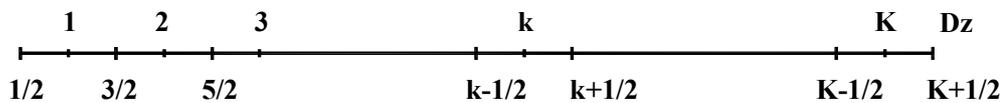
$$\int_0^{Dz} \frac{\rho S^2}{2} \Big|_0^{t_0} dz + \int_0^{t_0} w \frac{\rho S^2}{2} dt \Big|_{z=Dz} - \int_0^{\tau_0} w \frac{\rho S^2}{2} dt \Big|_{z=0} = \int_0^{t_0} S dt \int_0^{Dz} f dz . \quad (2.4)$$

Если субстанция  $S$  является скоростью, то соотношение (2.4) имеет важный физический смысл, выражающийся в том, что изменение кинетической энергии определяется притоком (стоком) энергии через границы и работой массовых и поверхностных сил, т. е. внутренний конвективный перенос энергетически нейтрален. Это свойство важно сохранить при численном моделировании, иначе могут возникнуть источники (стоки) за счет разностной схемы, изменяющие в конечном итоге паросодержание в контрольном объеме.

Таким образом, уравнения математической модели обладают важными свойствами, имеющими очевидный физический смысл. При численном моделировании необходимо сохранить все эти свойства. Выше приведены примеры с широко распространенными схемами, которые показывают, что автоматически это не получается.

### 3. Монотонная балансная нейтральная (МВМ) схема для одномерного уравнения переноса.

Ведем сетку по координате  $z$



$$0 \leq z_{1/2} \leq z_{3/2} \leq \dots \leq z_{k+1/2} \leq \dots \leq z_{K+1/2} \leq Dz, \quad k = \overline{1, K+1},$$

введем промежуточные узлы  $z_k = 0.5(z_{k-1/2} + z_{k+1/2})$ ,  $k = \overline{1, K}$ , шаги сетки определим следующим образом:  $\Delta z_k = z_{k+1/2} - z_{k-1/2}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ,  $\Delta z_{k-1/2} = z_k - z_{k-1}$ ,  $k = \overline{2, K}$ ,  $\Delta z_{1/2} = 0.5\Delta z_1$ ,  $\Delta z_{K+1/2} = 0.5\Delta z_K$ .

Определим временную сетку:

$$0 = t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n \leq \dots \leq t_N \leq t_0, \quad n = \overline{0, N}, \quad \Delta t_n = t_n - t_{n-1}, \quad n = \overline{1, N}, \quad \Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_n + \dots + \Delta t_N = t_0.$$

При выводе разностного уравнения будем исходить из записи

$$\frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \rho w S - \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \right) S = f, \quad (3.1)$$

которая является промежуточной между формулой (2.2) и формой записи

$$\rho \frac{\partial S}{\partial t} + \rho w \frac{\partial S}{\partial z} = f.$$

Проинтегрировав уравнение (3.1) по ячейке  $[z_{k-1/2}, z_{k+1/2}]$  получим

$$A'_k S_k^{n+1} = -a'_k S_{k-1}^{n+1} - b'_k S_{k+1}^{n+1} + c'_k S_k^{n+1} = f'_k, \quad (3.2)$$

где

$$a'_k = \rho_{k-1/2}^{n+1} \frac{w_{k-1/2}^{n+1}}{2}, \quad (3.3)$$

$$b'_k = -\rho_{k+1/2}^{n+1} \frac{w_{k+1/2}^{n+1}}{2}, \quad (3.4)$$

$$c'_k = a'_k + b'_k + \Delta z_k \frac{\rho_k^n}{\Delta t_{n+1}}, \quad (3.5)$$

$$f'_k = \Delta z_k f_k + \Delta z_k \frac{\rho_k^n}{\Delta t_{n+1}}. \quad (3.6)$$

Согласно определению, данному в [2], разностная схема вида (3.2) является монотонной, если

$$a'_k \geq 0, \quad b'_k \geq 0, \quad c'_k \geq a'_k + b'_k. \quad (3.7)$$

Монотонные схемы сохраняют свойство конвективного переноса субстанции. Очевидно, что схема (3.2) - (3.5) не является монотонной.

Чтобы сделать схему (3.2) - (3.5) монотонной добавим в разностную схему выражение

$$-|w_{k+1/2}^{n+1}| \Delta z_{k+1/2} \left( \frac{S_{k+1}^{n+1} - S_k^{n+1}}{\Delta z_{k+1/2}} \right) + |w_{k-1/2}^{n+1}| \Delta z_{k-1/2} \left( \frac{S_k^{n+1} - S_{k-1}^{n+1}}{\Delta z_{k-1/2}} \right). \quad (3.8)$$

Такой подход часто называют регуляризацией разностной схемы. Нетрудно заметить, что выражение (3.8) является аппроксимацией выражения  $\chi \frac{\partial}{\partial z} \lambda \chi \frac{\partial S}{\partial z}$ , где  $\chi$  в разностном виде принимает значение шага сетки, а  $\lambda$  - значение модуля скорости.

При использовании регуляризации вида (3.8) погрешность аппроксимации порядка  $O(\Delta z)$ . Точность подобного вида регуляризации повышается, если уравнение модели имеет вид

$$\frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \rho w S = f + \frac{\partial}{\partial z} \mu \frac{\partial S}{\partial z}, \quad (3.9)$$

т.е. при выводе разностной схемы производные второго порядка рассматриваются совместно с производными первого порядка. Подробно разностные схемы для уравнения вида (3.9) рассматриваются в работе [3], там же рассмотрены монотонные балансные нейтральные схемы для многомерных задач.

С учетом (3.8) разностную схему (3.2) можно записать в виде:

$$AS_k^{n+1} \equiv -a_k S_{k-1}^{n+1} - b_k S_{k+1}^{n+1} + c_k S_k^{n+1} = \bar{f}_k, \quad (3.10)$$

где

$$a_k = 0.5 \rho_{k-1/2}^{n+1} \left( w_{k-1/2}^{n+1} + |w_{k-1/2}^{n+1}| \right), \quad (3.11)$$

$$b_k = 0.5 \rho_{k+1/2}^{n+1} \left( -w_{k+1/2}^{n+1} + |w_{k+1/2}^{n+1}| \right), \quad (3.12)$$

$$c_k = a_k + b_k + \frac{\rho_k^k \Delta z_k}{\Delta t_{n+1}}, \quad (3.13)$$

$$\bar{f}_k = f_k \Delta z_k + \frac{\rho_k^k \Delta z_k S_k^n}{\Delta t_{n+1}}, \quad (3.14)$$

Схема (3.10) - (3.14) является монотонной, ибо  $a_k \geq 0$ ,  $b_k \geq 0$ ,  $c_k \geq a_k + b_k$ .

Исследуем свойство балансности или консервативности. Если просуммировать уравнение (3.10) от 1 до K, то получим

$$\begin{aligned} BAL \equiv & \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k^{n+1} S_k^{n+1} - \rho_k^n S_k^n}{\Delta t_{n+1}} \Delta z_k - \rho_{K+1/2}^{n+1} \frac{|w_{K+1/2}^{n+1}|}{2} (S_{K+1}^{n+1} - S_K^{n+1}) - \\ & - \rho_{1/2}^{n+1} \frac{|w_{1/2}^{n+1}|}{2} (S_K^{n+1} - S_0^{n+1}) + \rho_{K+1/2}^{n+1} \frac{w_{K+1/2}^{n+1}}{2} (S_{K+1}^{n+1} + S_K^{n+1}) - \rho_{1/2}^{n+1} \frac{w_{1/2}^{n+1}}{2} (S_1^{n+1} + S_0^{n+1}) \\ & - \sum_{k=1}^K f_k \Delta z_k = \sum_{k=1}^K \eta_k^{n+1} S_k^{n+1} \Delta z_k. \end{aligned} \quad (3.15)$$

где

$$\eta_k^{n+1} \equiv \frac{\rho_k^{n+1} - \rho_k^n}{\Delta t_{n+1}} + \frac{\rho_{k+1/2}^{n+1} w_{k+1/2}^{n+1} - \rho_{k-1/2}^{n+1} w_{k-1/2}^{n+1}}{\Delta z_k}.$$

Формула (3.15) показывает, что скорость изменения величины  $\rho S$  в области  $[0, Dz]$  определяется притоками (стоками) на границах, действием внутренних источников и величиной  $\sum_{k=1}^K \eta_k^{n+1} S_k^{n+1} \Delta z_k$ .

Учитывая, что итерационная процедура должна приводить к достаточно точному выполнению уравнения неразрывности

$$\max_k \left| \eta_k^{n+1} \right| \leq \varepsilon,$$

где обычно полагают  $\varepsilon \approx 10^{-4} \div 10^{-3}$  для безразмерных величин, то дополнительные источники (стоки) в разностной схеме (18) не играют существенной роли. Схема (3.10) устойчивой абсолютно, и для нахождения решения можно использовать метод прогонки.

Разностная схема (3.10)-(3.14) является нейтральной с поправками на  $\max_k \left| \eta_k^{n+1} \right|$  и величину регуляризатора (3.9) (подробно см. [3]).

#### 4. Разностные схемы для уравнений математической модели. Разностная схема для вычисления давления.

Используя результаты раздела 3, построим разностные уравнения для системы (1.1)-(1.4). Запишем разностную схему для уравнения неразрывности:

$$\frac{\rho_k^{n+1} - \rho_k^n}{\Delta t_{n+1}} + \frac{\rho_{k+1/2}^{n+1} w_{k+1/2}^{n+1} - \rho_{k-1/2}^{n+1} w_{k-1/2}^{n+1}}{\Delta z_k} = 0, \quad (4.1)$$

или

$$\frac{\Delta z_k}{\Delta t_{n+1}} \left( \rho_k^{n+1} - \rho_k^n \right) + \left( \rho_{k+1/2}^{n+1} w_{k+1/2}^{n+1} - \rho_{k-1/2}^{n+1} w_{k-1/2}^{n+1} \right) = 0. \quad (4.2)$$

Для уравнений количества движения (1.2) и энергии (1.3) будем строить монотонные балансные нейтральные аппроксимации, рассмотренные в разделе 2.3.

Проинтегрируем уравнение (1.2) по отрезку  $[z_k, z_{k+1}]$  и используя подходы, разработанные в разделе 2.3, получим трехточечную схему вида:

$$\begin{aligned} W w_{k+1/2}^{n+1} &\equiv -a_{k+1/2}^{n+1} w_{k-1/2}^{n+1} - b_{k+1/2}^{n+1} w_{k+3/2}^{n+1} + c_{k+1/2}^{n+1} w_{k+1/2}^{n+1} = \\ &= -\left(P_{k+1}^{n+1} - P_k^{n+1}\right) + f_{wk+1/2}^{n+1}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где

$$a_{k+1/2}^{n+1} = \rho_k^{n+1} \frac{|w_k^{n+1}| + w_k^{n+1}}{2}, \quad (4.4)$$

$$b_{k+1/2}^{n+1} = \rho_{k+1}^{n+1} \frac{-|w_{k+1}^{n+1}| + w_{k+1}^{n+1}}{2}, \quad (4.5)$$

$$c_{k+1/2}^{n+1} = \frac{\rho_{k+1}^n \Delta z_{k+1/2}}{\Delta t_{n+1}} + a_{k+1/2}^{n+1} + b_{k+1/2}^{n+1}, \quad (4.6)$$

$$f_{wk+1/2}^{n+1} = f_{n+1/2}^{n+1} \Delta z_{k+1} + \frac{\rho_{k+1/2}^n w_{k+1/2}^n \Delta z_{k+1/2}}{\Delta t_{n+1}}. \quad (4.7)$$

Заметим, что возможно улучшение свойства диагонального преобладания за счет включения в формулу (4.6) дополнительного члена

$$\Delta z_{k+1/2} \rho_{k+1/2}^{n+1} \frac{\left( \zeta_{k+1/2}^{mp\ n+1} + \sum_{i=1}^I \zeta_{ik+1/2}^{n+1} \delta(z_{k+1/2} - z_0) \right)}{2} \left| w_{k+1/2}^{n+1} \right|.$$

Уравнение (4.3) пока нелинейное, так как коэффициенты (4.4)-(4.6) зависят от искомой сеточной функции  $w_{k+1/2}^{n+1}$ . Для вычисления значений  $w_k$  по известным  $w_{k-1/2}$  и  $w_{k+1/2}$

будем использовать линейную аппроксимацию  $w_k = \frac{w_{k+1/2} + w_{k-1/2}}{2}$ .

Для уравнения энергии построим схему полностью аналогичную (без смещения) схеме (3.10).

$$H h_{k+1/2}^{n+1} \equiv -a_{hk}^{n+1} h_{k-1}^{n+1} - b_{hk}^{n+1} h_{k+1}^{n+1} + c_{hk}^{n+1} h_k^{n+1} = f_{hk}^{n+1}, \quad (4.8)$$

где

$$a_{hk}^{n+1} = 0.5 \rho_{k-1/2}^{n+1} \left( w_{k-1/2}^{n+1} + |w_{k-1/2}^{n+1}| \right), \quad (4.9)$$

$$b_{hk}^{n+1} = 0.5 \rho_{k+1/2}^{n+1} \left( -w_{k+1/2}^{n+1} + |w_{k+1/2}^{n+1}| \right), \quad (4.10)$$

$$c_{hk}^{n+1} = a_{hk}^{n+1} + b_{hk}^{n+1} + \frac{\rho_k^n \Delta z_k}{\Delta t_{n+1}}, \quad (4.11)$$

$$f_{hk}^{n+1} = \frac{P_k^{n+1} - P_k^n}{\Delta t_{n+1}} \Delta z_k + w_k^{n+1} (P_{k+1/2}^{n+1} - P_{k-1/2}^{n+1}) + q_{vk} \Delta z_k + \frac{\rho_k^n \Delta z_k h_k^n}{\Delta t_{n+1}}, \quad (4.12)$$

Получим разностное уравнение для давления. Для этого из уравнения (4.3) выразим скорость  $w_{k+1/2}^{n+1}$

$$w_{k+1/2}^{n+1} = (- (P_{k+1}^{n+1} - P_k^{n+1}) + f_{wk+1/2}^{n+1} + \hat{W} w_{k+1/2}^{n+1}) / c_{k+1/2}^{n+1}, \quad (4.13)$$

где

$$\hat{W} w_{k+1/2}^{n+1} = a_{k+1/2}^{n+1} w_{k-1/2}^{n+1} + b_{k+1/2}^{n+1} w_{k+3/2}^{n+1}.$$

Подставим (4.3) в уравнение (4.2), получим

$$\begin{aligned} \frac{\Delta z_k}{\Delta t_{n+1}} (\rho_k^{n+1} - \rho_k^n) + \frac{(\rho_{k+1/2}^{n+1} (- (P_{k+1}^{n+1} - P_k^{n+1}) + f_{wk+1/2}^{n+1} + \hat{W} w_{k+1/2}^{n+1}) -}{c_{k+1/2}^{n+1}} - \\ - \rho_{k-1/2}^{n+1} \frac{(P_k^{n+1} - P_{k-1}^{n+1}) + f_{wk-1/2}^{n+1} + \hat{W} w_{k-1/2}^{n+1}}{c_{k-1/2}^{n+1}} = 0 \end{aligned}$$

Последнее выражение можно записать как трехточечную разностную схему для вычисления давления.

$$B P_k^{n+1} = -a_{pk}^{n+1} P_{k-1}^{n+1} - b_{pk}^{n+1} P_{k+1}^{n+1} + c_{pk}^{n+1} P_k^{n+1} = f_{pk}^{n+1}, \quad (4.14)$$

где

$$a_{pk}^{n+1} = \frac{\rho_{k+1/2}^{n+1}}{c_{k+1/2}^{n+1}}, \quad (4.15)$$

$$b_{pk}^{n+1} = \frac{\rho_{k-1/2}^{n+1}}{c_{k-1/2}^{n+1}}, \quad (4.16)$$

$$c_{pk}^{n+1} = a_{pk}^{n+1} + b_{pk}^{n+1}, \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} f_{pk}^{n+1} = - \frac{\Delta z_k}{\Delta t_{n+1}} (\rho_k^{n+1} - \rho_k^n) - \frac{\rho_{k+1/2}^{n+1}}{c_{k+1/2}^{n+1}} (f_{wk+1/2}^{n+1} + \hat{W} w_{k+1/2}^{n+1}) + \\ + \frac{\rho_{k-1/2}^{n+1}}{c_{k-1/2}^{n+1}} (f_{wk-1/2}^{n+1} + \hat{W} w_{k-1/2}^{n+1}). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Из формулы (4.17) следует, что разностная схема (4.14) не обладает свойством строгого диагонального преобладания, как это имеет место в схемах для расчета скорости и энтальпии.

Для повышения устойчивости целесообразно выразить производную  $\frac{\partial p}{\partial t}$  через производную от давления и учесть полученное соотношение при составлении разностной схемы. Заметим, что

последнее преобразование разностной схемы делает задачу расчета давления задачей параболического типа.

Формулировка разностной задачи в целом сводится к решению системы нелинейных разностных уравнений:

$$Ww_{k+1/2}^{n+1} = f_{wk+1/2}^{n+1}, \quad (4.22)$$

$$Hh_k^{n+1} = f_{hk}^{n+1}, \quad (4.23)$$

$$BP_k^{n+1} = f_{pk}^{n+1}, \quad (4.24)$$

с учетом уравнения состояния, граничных и начальных условий. Для решения этой системы рассмотрим метод установления с линеаризацией уравнений на шаге установления.

### 5. Метод установления.

Дополним каждое уравнение системы разностной аппроксимацией первой производной по времени установления, т.е. будем рассматривать систему вида:

$$W^L w_{k+1/2}^{n+1,L+1} + \rho_{k+1/2}^n \frac{\Delta z_{k+1/2}}{\Delta \tau_{L+1}} = f_{wk+1/2}^{n+1,L} + \rho_{k+1/2}^n \frac{\Delta z_{k+1/2} w_{k+1/2}^n}{\Delta \tau_{L+1}}, \quad (5.1)$$

$$H^L h_k^{n+1,L+1} + \rho_k^n \frac{\Delta z_k}{\Delta \tau_{L+1}} = f_{hk}^{n+1,L} + \rho_k^n \frac{\Delta z_k h_k^n}{\Delta \tau_{L+1}}, \quad (5.2)$$

$$B^L P_k^{n+1} + \Omega_k^{n+1,L} \frac{\Delta z_k}{\Delta \tau_{L+1}} = f_{pk}^{n+1,L} + \Omega_k^{n+1,L} \frac{\Delta z_k P_k^n}{\Delta \tau_{L+1}}, \quad (5.3)$$

где  $L$  – номер шага установления или итерации.

Верхний индекс операторов  $W^L$ ,  $H^L$ ,  $B^L$  означает, что коэффициенты в разностных схемах (4.3), (4.8), (4.14) вычисляются на предыдущем шаге установления, в результате разностные уравнения становятся линейными относительно величин  $w_{k+1/2}^{n+1,L+1}$ ,  $h_k^{n+1,L+1}$ ,  $P_k^{n+1,L+1}$ , и для решения трехточечных разностных уравнений можно использовать метод прогонки.

Параметр  $\Delta \tau$  - шаг установления – является итерационным параметром, позволяющим добиваться устойчивости и сходимости итерационного процесса в целом. Опыт использования метода установления при решении двумерных задач (см. [3]) показал надежность и эффективность такого подхода. По мере стабилизации физического процесса можно постепенно увеличивать как временной шаг, так и шаг метода установления.

По времени были использованы неявные схемы, поэтому ограничения на временной шаг существенно ослабевают, и в основном они связаны с погрешностью аппроксимации производных по времени, т.е. выбор шага зависит от характерного времени физического процесса.

### 6. Последовательность вычислений.

Последовательность вычислений может строиться по-разному. Предлагается следующая процедура вычислений на временном шаге.

**Шаг 1.** Вычисляем по известным величинам с предыдущего шага установления коэффициенты и решаем уравнение для давления (5.3).

**Шаг 2.** С найденным полем давления решаем уравнение количества движения (5.1). Затем можно перейти на следующий Шаг 3, либо вернуться на Шаг 1, т.е. осуществить несколько совместных итераций для нахождения поля скорости и давления.

**Шаг 3.** С найденными полями скорости и давления решаем уравнение энергии (5.2). Затем можно вернуться на Шаг 1 и сделать несколько совместных итераций, либо перейти на следующий шаг вычислительной процедуры.

**Шаг 4.** Пересчитываем уравнение состояния среды и затем возвращаемся на Шаг 1.

Итерационный процесс прекращается при выполнении заранее заданных критериев. Например, важным критерием является величина  $\max_k |\eta_k^{n+1}|$  - точность выполнения уравнения неразрывности. Действительно, так как в данном алгоритме уравнение неразрывности служит основой для получения уравнения для вычисления давления и явно не участвует в вычислительном процессе, то разумно в ходе итераций контролировать эту величину как характеристику точности расчета в целом, которая, как показано в разделе 2.3, влияет как на выполнение баланса импульса и энергии, так и на энергию разностных операторов.

Другим важным критерием может служить точность выполнения баланса энергии. Возможны и другие критерии окончания счета.

### **3. ПРОВЕДЕНИЕ РАСЧЕТОВ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В АКТИВНОЙ ЗОНЕ И ПЕРВОМ КОНТУРЕ ЯЭУ ДЛЯ АВАРИЙ С МАКСИМАЛЬНЫМ РАЗРЫВОМ «ХОЛОДНОЙ НИТКИ».**

Рассмотрим задачу моделирования аварии с разрывом Ду-850 “холодной нитки” ГЦТ по программе “ТЕСН-М-97”, входящей в комплекс “ТРАП-97”. Вся конструкция I контура по тракту течения теплоносителя разбита на элементарные объемы (ячейки), которые объединены во взаимосвязанные структурные элементы (см. рис.3.1). Количество структурных элементов определяется необходимостью рассмотреть все элементы контура, находящиеся в различных условиях работы, и максимально возможным упрощением схемы расчета. рабочая петля объединяет все работоспособные петли. Такая схема используется в случае, если все работоспособные петли находятся в одинаковых условиях.

В программе имеется возможность моделирования до четырех циркуляционных петель, находящихся в различных условиях, подачи охлаждающей воды различными системами аварийного охлаждения, подключения компенсатора давления и др.

Степень разбиения каждого структурного элемента определяется целями расчета, но одинакова для всех работоспособных петель, геометрические и гидравлические характеристики работоспособных и аварийной петель могут быть различны.

При моделировании напорной и сборной камер реактора, в связи со сложностью геометрии камер реактора, характеристики каждой ячейки этих элементов задаются отдельно.

Холодные трубопроводы могут быть включены в любую ячейку НКР, а горячие, соответственно, в любую ячейку СКР.

Компенсатор давления может быть подключен к любому элементу горячего трубопровода первой работоспособной или аварийной петли.

В системе аварийного охлаждения активной зоны выделяется: пассивный узел - емкости с водой, находящейся под давлением газа (максимальное количество емкостей - 4), и активный узел - насосы аварийного впрыска (максимальное количество - 12).

Как активные, так и пассивные элементы САОЗ могут быть подключены в любую ячейку холодного и горячего трубопроводов любых петель и непосредственно в камеры реактора.

Ячейки связаны линиями перетечек, которые характеризуются гидравлическими сопротивлениями и инерционностью.

ГЦН могут быть включены в любую ячейку холодных трубопроводов петель.

Данная расчетная схема дает возможность моделировать течь из любого элемента аварийной петли или камер реактора. При этом предусмотрена утечка теплоносителя либо из одной ячейки, либо при двухстороннем истечении из двух, соседних по схеме, ячеек. Каждый парогенератор по II контуру представлен одним специальным элементарным объемом, в котором выделен расчетный элемент переменного объема. В этом элементе моделируются параметры теплоносителя над уровнем пароводяной смеси.

Паропроводы представлены одним расчетным объемом, соединенным с паровым пространством парогенераторов. Моделируется работа системы подачи питательной воды, стопорных клапанов турбин, быстродействующих редуцирующих устройств сброса пара, предохранительных клапанов на парогенераторах, быстродействующих запорно-отсечных клапанов.

Количество расчетных объемов в петлях и камерах реактора до 100. В активной зоне может быть рассмотрено до 5-ти каналов, один из которых моделирует протечки (канал без твэлов). Количество расчетных объемов по высоте каналов - до 12. Шаг интегрирования систем уравнений теплогидравлики лимитируется длиной минимального элемента расчетной схемы, поэтому необходимо при составлении расчетной схемы учитывать данный фактор.

При интегрировании уравнений для расчета параметров теплоносителя в первом и втором контурах установки может быть использован любой из следующих методов: специальный метод, основанный на использовании неявной схемы в сочетании с методом Ньютона, либо метод Эйлера-Коши второго порядка точности с автоматическим выбором шага интегрирования. Этот алгоритм работает достаточно надежно и эффективно при решении многих задач анализа безопасности ЯЭУ, однако при анализе ситуаций, характеризующихся резким нестационарным, нелинейным поведением начальных и граничных условий теряет запас устойчивости, становится менее эффективным. Далее этот вариант программы называется замороженной версией.

Реализация предложенного алгоритма в целом и модификации правых частей используемой системы уравнений законов сохранения требует глубокой переработки программного комплекса ТРАП-97.

На рис. 2-9 показаны результаты расчета аварии максимальной проектной аварии (с разрывом Ду-850 "холодной нитки" ГЦТ) как использованием стандартной, так и модернизированной методики. При выходе на относительно стабилизированный режим ( $t > 150$  с) модифицированный подход позволяет увеличивать шаг 3-5 раз (рис. 2-3), даже при сохранении прежнего алгоритма выбора шага. Модернизация слабо влияет на вычисление таких характеристик как: масса теплоносителя в первом контуре, энтальпия на входе в активную зону, давление на входе в активную зону, выброс пара и воды из течи в ходе аварии и др. (рис. 4-7). Наиболее чувствительной расчетной величиной является перепад давления на активной зоне (рис. 8), и как следствие, температура оболочки твэла (рис. 9), что подтверждает необходимость модернизации алгоритма расчета давления.

### Список литературы

1. Верификация комплекса программ теплогидравлических расчетов нестационарных режимов ЯЭУ с ВВЭР "ТРАП-97". Отчет ОКБ ГИДРОПРЕСС, ДЭ-108, Подольск, 1998.
2. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М., Наука, 1971, с.552.
3. Артемьев В.К. Развитие численных методов решения задач динамики вязкой жидкости. Дис. канд. физ.-мат. наук. ГНЦ РФ-ФЭИ. Обнинск, 1997.



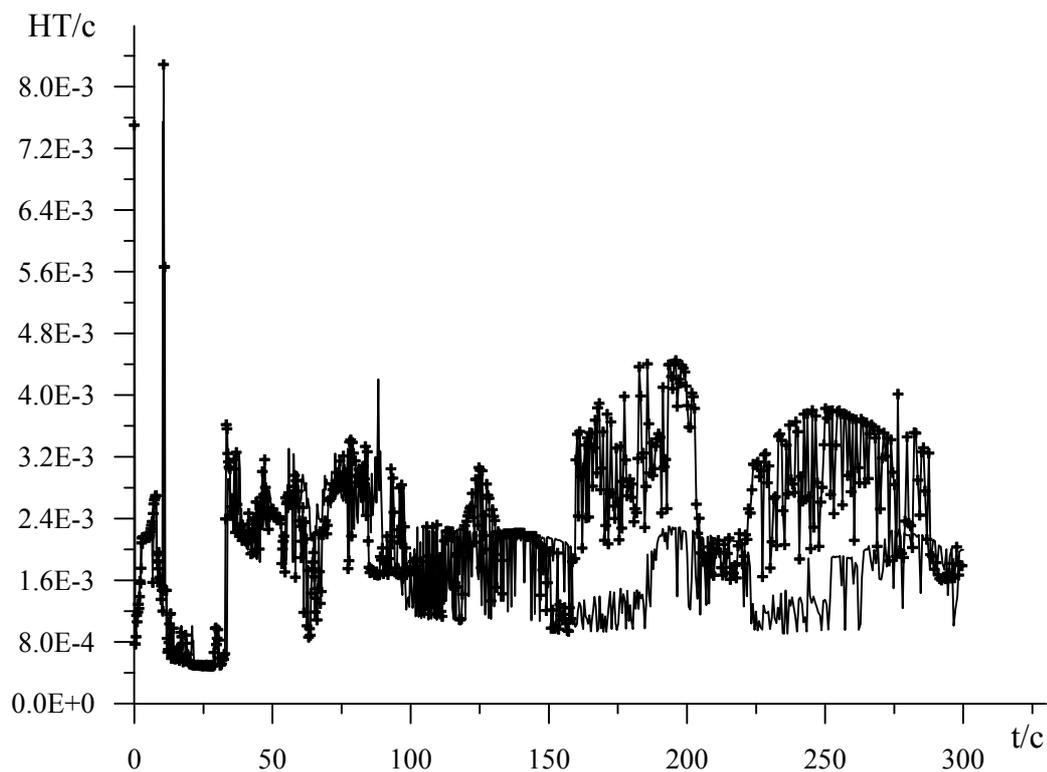


Рис. 2. Изменение шага по времени в процессе расчета аварии с разрывом Ду-850 "холодной нитки" ГЦТ;  
 — - «замороженная» версия, + - метод стабилизации.

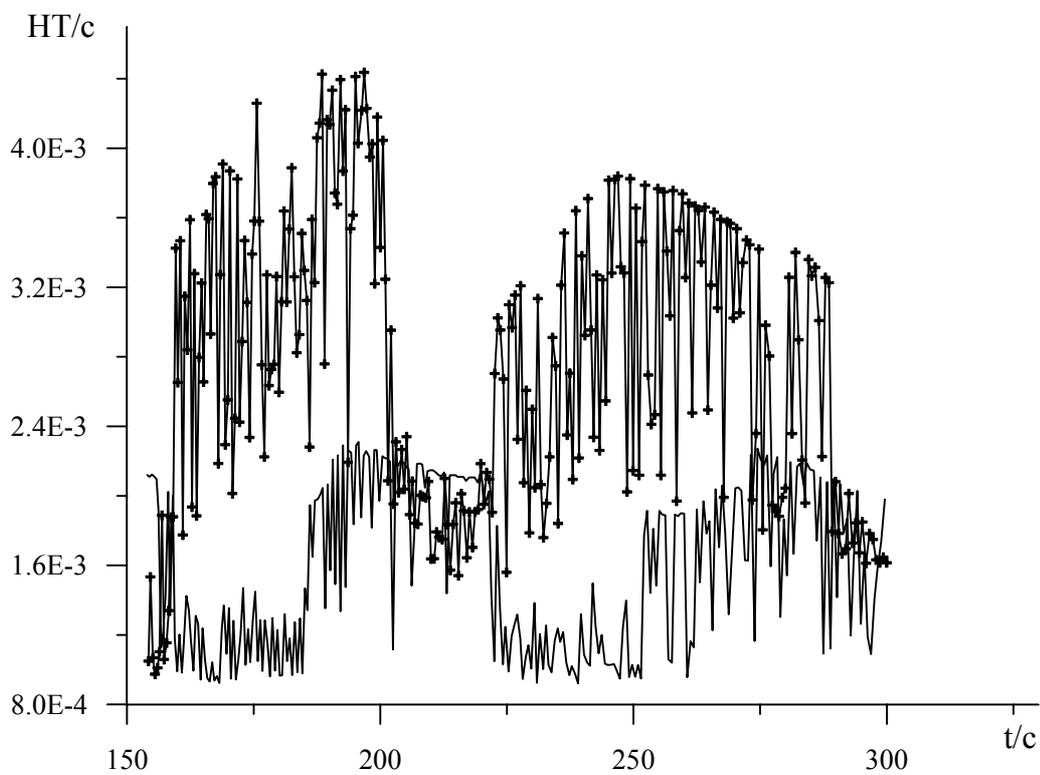


Рис. 3. Изменение шага по времени в процессе расчета аварии с разрывом Ду-850 "холодной нитки" ГЦТ на участке установления;  
 — - «замороженная» версия, + - метод стабилизации.

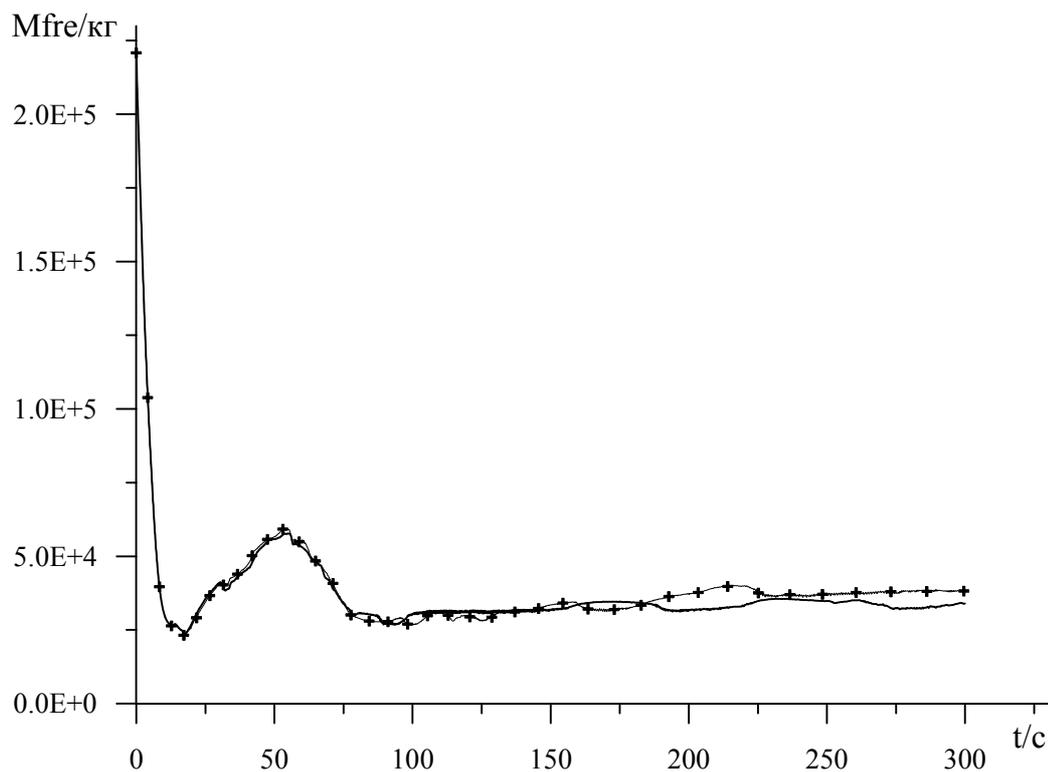


Рис. 4. Масса теплоносителя в первом контуре в ходе аварии с разрывом Ду-850 "холодной нитки" ГЦТ;

— - «замороженная» версия, + - метод стабилизации.

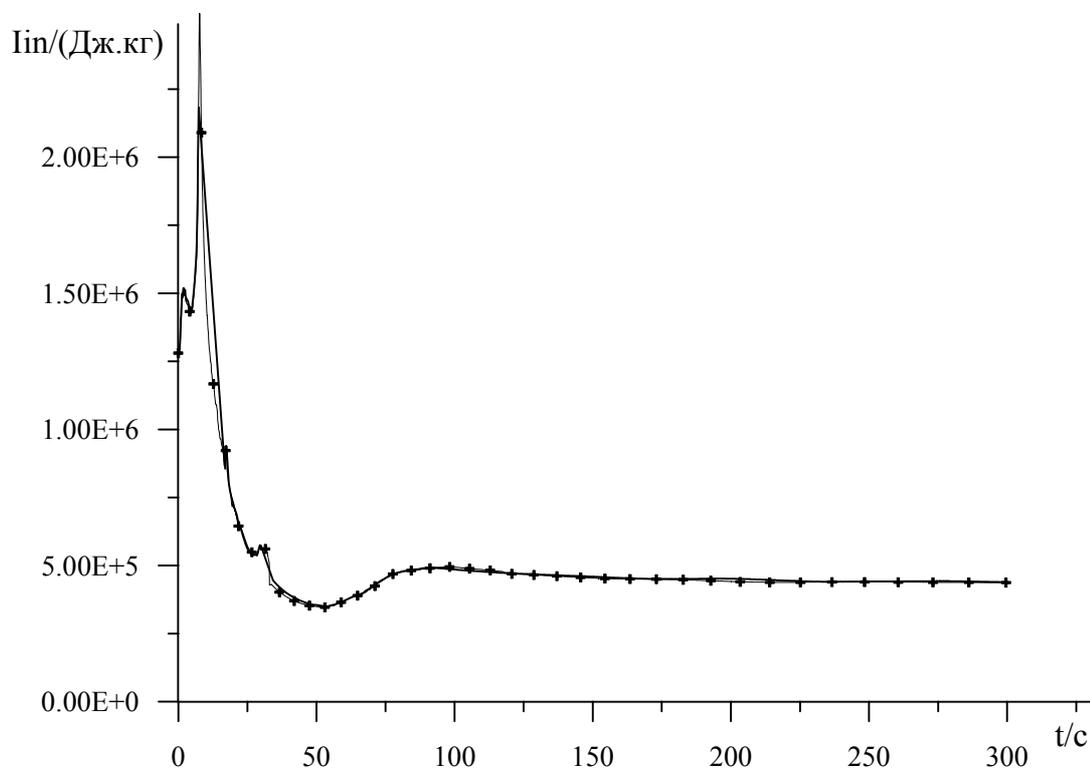


Рис. 5. Изменение энтальпии на входе в активную зону при аварии с разрывом Ду-850 "холодной нитки" ГЦТ;

— - «замороженная» версия, + - метод стабилизации.

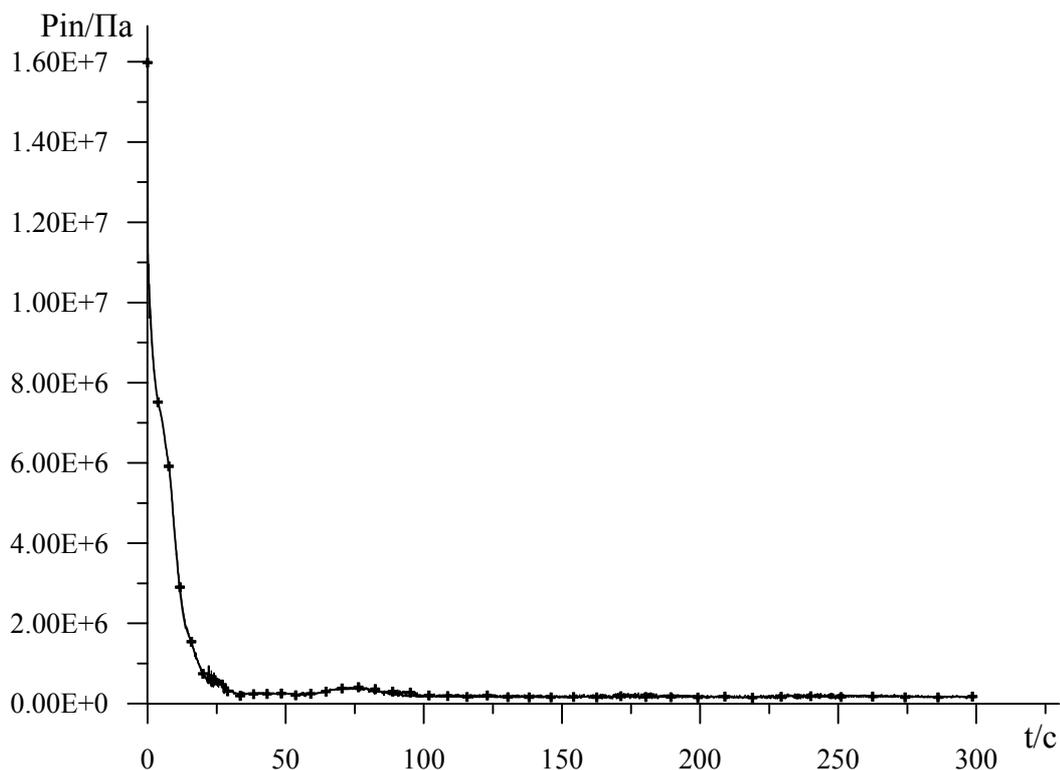


Рис. 6. Изменение давления на входе в активную зону при аварии с разрывом Ду-850 "холодной нитки" ГЦТ;  
 — - «замороженная» версия, + - метод стабилизации.

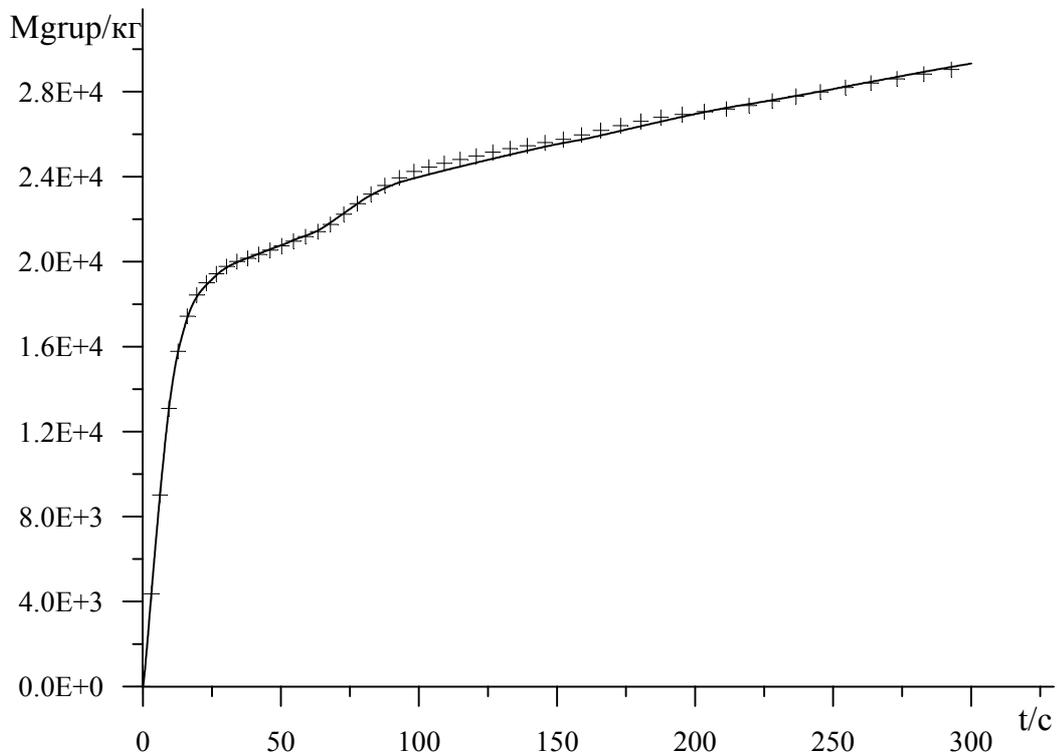


Рис. 7. Выброс пара из течи в ходе аварии с разрывом Ду-850 "холодной нитки" ГЦТ. — - «замороженная» версия,  
 + - метод стабилизации.

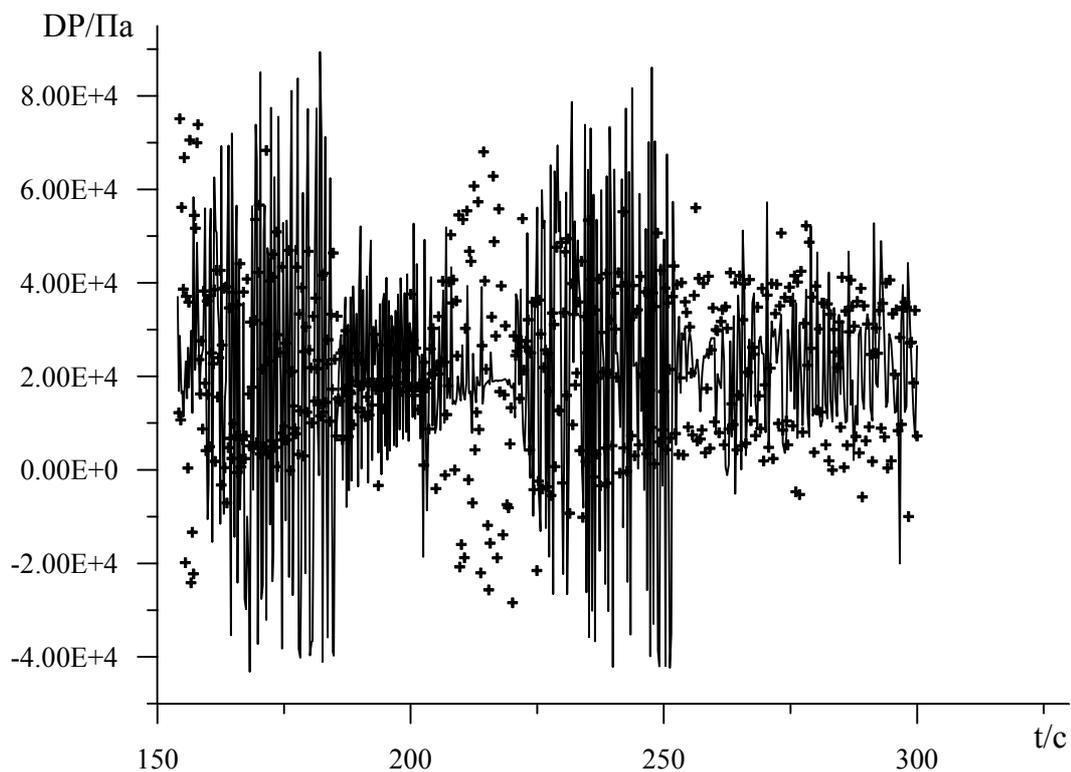


Рис. 8. Поведение перепада давления на активной зоне в ходе аварии с разрывом Ду850 "холодной нитки" ГЦТ;  
 — - «замороженная» версия, + - метод стабилизации.

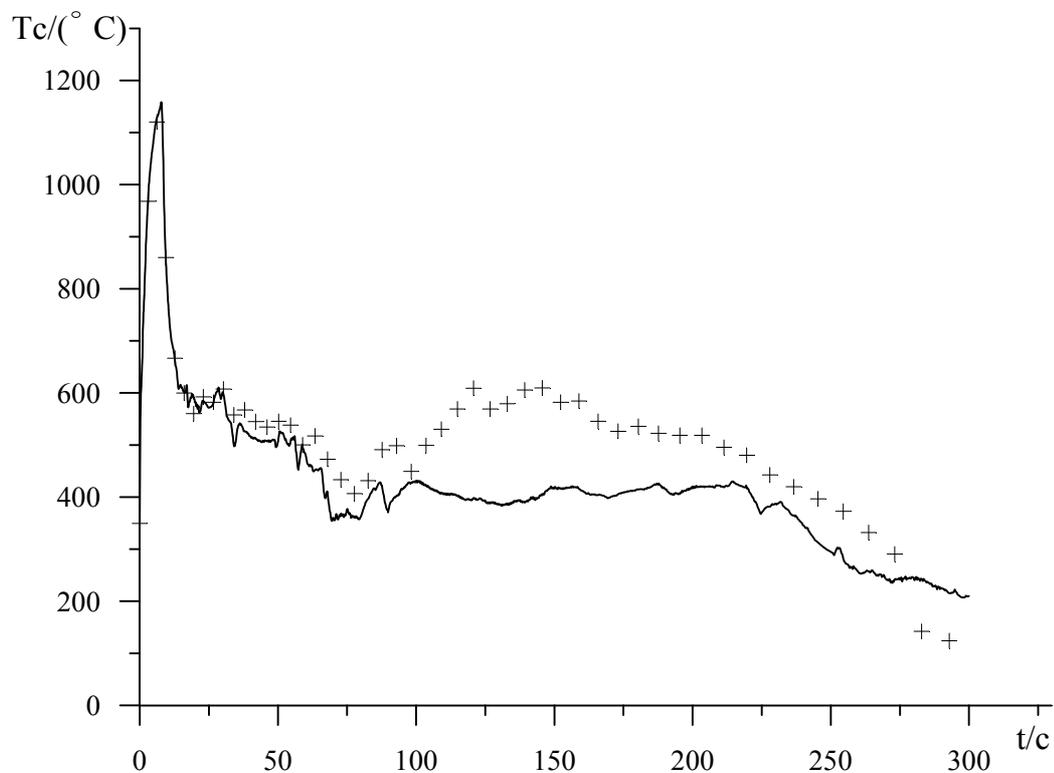


Рис. 9. Температура оболочки твэла в ходе аварии с разрывом Ду-850 "холодной нитки" ГЦТ;  
 — - «замороженная» версия, + - метод стабилизации.